

# **TEMAS DE FÍSICA Y QUÍMICA**

## **(Oposiciones de Enseñanza Secundaria)**

---

### **TEMA 20**

#### **CORRIENTE ELÉCTRICA. CIRCUITOS DE CORRIENTE ELÉCTRICA CONTINUA. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA: LEY DE OHM. UTILIZACIÓN DE POLÍMETROS.**

##### **Esquema**

1. Introducción a la corriente eléctrica.
  - 1.1. Conductores y Aislantes. Semiconductores.
  - 1.2. Estructura electrónica. Teoría de Bandas.
  - 1.3. Conductores metálicos. Electrones libres.
2. Corriente eléctrica
  - 2.1. Mecanismo de la conducción eléctrica.
  - 2.2. Concepto de Intensidad de corriente. Densidad de corriente.
  - 2.3. Conductividad eléctrica. Conductancia.
  - 2.4. Resistividad eléctrica. Resistencia.
  - 2.5. Ley de Ohm.
    - 2.5.1. Resistencias óhmicas.
  - 2.6. Variación de la resistencia con la temperatura.
  - 2.7. Estudio energético de la corriente. Ley de Joule.
3. Circuitos de corriente continua.
  - 3.1. Concepto de fuerza electromotriz. (FEM).
    - 3.1.1. Generadores y Motores. Resistencia interna.
  - 3.2. Conservación de la energía. Ecuación de circuito.
  - 3.3. Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito.
  - 3.4. Asociación de resistencias en serie y en paralelo.
  - 3.5. Medidas de resistencias.
    - 3.5.1. Puente de Wheatstone.
    - 3.5.2. Puente de hilo.
    - 3.5.3. Potenciómetro.
  - 3.6. Redes. Reglas de Kirchhoff
    - 3.6.1. Enunciados. Condiciones de aplicación.
    - 3.6.2. Utilización de las reglas de Kirchhoff.
4. Aparatos de medida.
  - 4.1. Galvanómetro de cuadro móvil.
  - 4.2. Amperímetros. Condiciones de utilización.
  - 4.3. Voltímetros. Condiciones de utilización.
  - 4.4. Wattímetros.
  - 4.5. Polímetros.

## **TEMA 20**

### **CORRIENTE ELÉCTRICA. CIRCUITOS DE CORRIENTE ELÉCTRICA CONTINUA. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA: LEY DE OHM. UTILIZACIÓN DE POLÍMETROS.**

#### **1. INTRODUCCIÓN A LA CORRIENTE ELÉCTRICA**

En los problemas puramente electrostáticos nos ocupamos principalmente de las fuerzas que se ejercen las cargas, del estado final estacionario producido por estas fuerzas, de la energía de esta distribución de cargas y de los movimientos de las partículas cargadas en el vacío. Vamos a tratar a continuación problemas de carácter electrodinámico, es decir, de movimientos de cargas en un medio conductor cuando se mantiene un campo eléctrico dentro del mismo. Este movimiento de cargas en estas condiciones constituye una corriente eléctrica.

##### **1.1. Conductores y Aislantes. Semiconductores.**

Se recordará que un conductor es un cuerpo en cuyo interior existen cargas libres que se pueden mover por la fuerza que ejerce sobre ella la existencia de un campo eléctrico. Las cargas libres en un conductor metálico son electrones (cargas negativas). Las cargas libres de un conductor electrolítico son iones, positivos y negativos. Un gas en condiciones adecuadas de baja presión (como en un tubo fluorescente de Neón) es también un conductor eléctrico y sus cargas libres son iones positivos, iones negativos y electrones.

Así, un cuerpo será conductor, semiconductor o aislante, dependiendo del número disponible de cargas libres que posea. A mayor número de cargas libres, mayor poder de conducción y a menor número de cargas libres, mayor poder aislante. El semiconductor es una estructura intermedia entre el conductor y el aislante.

##### **1.2. Estructura electrónica. Teoría de Bandas.**

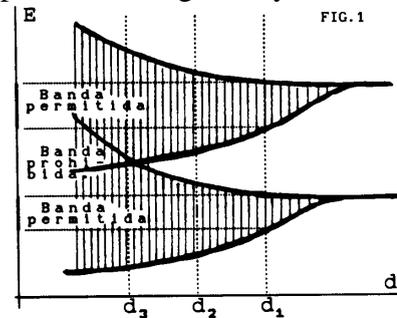
El número de cargas libres en un elemento dependerá de su estructura electrónica y del número de electrones que dispone para moverse libremente. La Teoría de Bandas explica la aparición de compuestos aislantes, conductores y semiconductores.

Supongamos dos átomos idénticos, muy alejados y consideremos el mismo nivel energético en cada átomo. En este sistema de dos átomos, hay en cada nivel, electrones con la misma energía, o sea, los niveles son degenerados. Si aproximamos ambos átomos, su interacción mutua hace que un nivel degenerado se separe en otros dos de distinta energía, de forma que esta separación aumenta conforme disminuye la distancia entre los átomos.

Consideremos ahora  $N$  átomos iguales, muy separados y con ellos vamos a formar una red cristalina. Si suponemos los  $N$  átomos como están en el cristal pero muy separados, sin interactuar, los niveles de energía permitidos son los niveles atómicos y, considerados como conjunto, en cada nivel hay  $N$  electrones con la misma energía. Al disminuir la distancia entre los átomos, su interacción hace que cada nivel se separe en

$N$  niveles distribuidos en un intervalo de energía relativamente estrecho, con lo que, por ser  $N$  muy grande, podemos considerar que los  $N$  niveles forman una distribución casi continua que llamaremos *banda de energía*.

Para los niveles más internos de cada átomo, la perturbación producida por los demás es muy pequeña y la separación de estos niveles será pequeña. Para los electrones exteriores, llamados "*electrones de valencia*" la separación será grande y las bandas pueden estar separadas (distancia  $d_1$ ) o solapadas entre sí (distancia  $d_3$ ). La anchura de las bandas es tanto mayor cuanto mayor es la energía de los niveles de que provienen. Cuando la separación de los átomos en el cristal es  $d_1$  o  $d_2$  (fig.1), las bandas permitidas representadas están separadas por una banda prohibida que, en cristales puros no contienen ningún nivel permitido a los electrones.



Para contribuir a la conducción un electrón debe desligarse de un átomo y acelerarse al recibir energía de un campo eléctrico o bien, en términos mecano-cuánticos, debe ser excitado a un nivel de mayor energía. Si nos limitamos a su propia banda y todos los niveles están ocupados en ella, la excitación del electrón no puede ocurrir, luego "*una banda completamente llena no contribuye a la conducción*". Los electrones sólo pueden desplazarse si hay niveles próximos vacíos. Por ello: "*se denomina Banda de Conducción a la banda de energía más baja que no está completamente llena y a la banda inmediatamente inferior se le llama Banda de Valencia*"

Estas definiciones se refieren al cristal a 0 K de temperatura ya que un incremento de ésta puede excitar electrones de una banda a otra superior. Es evidente que por encima de la banda de conducción, podemos considerar otras bandas correspondientes a estados excitados de los átomos, que a 0 K estarían vacíos.

La diferencia entre conductores, semiconductores y aislantes aparece de forma natural en la Teoría de Bandas. Consideremos un cristal en el que la separación entre átomos corresponde a  $d_1$  (fig.1), las bandas de conducción y de valencia están separadas por una amplia banda prohibida y es el caso de los materiales aislantes. "*En un aislante ideal todos los niveles de la banda de valencia están ocupados, la banda está llena y no contribuye a la conducción y la banda de conducción está vacía*". Es el aislante ideal.

Cuando la distancia entre los átomos de la red cristalina corresponde a  $d_2$  la posición relativa de las bandas es tal que la banda prohibida tiene una anchura muy pequeña (del orden de 1 eV) y se trata de un semiconductor. "*A la temperatura de 0 K la banda de valencia está completa y la banda de conducción está vacía y el material se comporta como aislante; pero al ser pequeña la anchura de la banda prohibida, al subir la temperatura son más los electrones que adquieren energía suficiente para superarla y el material aumenta su conductividad*". Los electrones promocionados a la banda de conducción dejan huecos en la banda de valencia que también contribuyen al proceso de conducción.

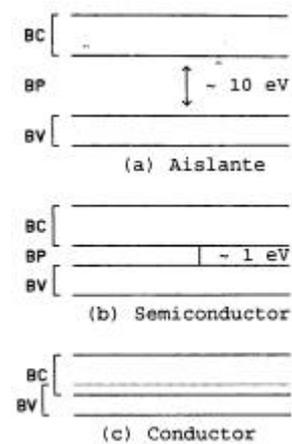


FIG. 2

Cuando el espaciado de la red corresponde a distancias de  $d_3$ , tenemos el caso de los Conductores y en ellos, las bandas de conducción y de valencia se solapan y la banda prohibida desaparece. Esta situación se da en los metales, en los que, por penetrar la banda de valencia en la de conducción, esta última posee electrones y niveles desocupados. Los electrones en la banda de conducción (electrones de conducción) se pueden mover libremente bajo la influencia de un campo eléctrico establecido en el metal.

### 1.3. Conductores metálicos. Electrones libres.

En un cristal conductor perfecto, los electrones de conducción están sometidos por los átomos de la red a fuerzas que se compensan, pudiendo considerarlos como electrones libres de los campos internos atómicos. Cada átomo contribuye con uno o más electrones de conducción constituyendo una nube de electrones libres. Un electrón de conducción se mueve en el interior del metal sin experimentar ninguna fuerza a no ser que se le aplique una diferencia de potencial entre dos puntos del material.

Algunos hechos avalan la existencia de electrones libres en el conductor: 1°. Que la Ley de Ohm se verifique incluso a tensiones muy bajas indica que no hay que superar "fuerza de ligadura" alguna de los electrones de conducción con sus átomos originales. 2°. Que el metal puede emitir electrones sin alteración de sus átomos, e incluso, conectado a un circuito, puede trasvasar muchos más de los que posee, indica que éstos pasan libremente del circuito exterior al metal. A pesar de la libertad, los electrones de conducción, no escapan espontáneamente del material si no sobrepasan una barrera de potencial, existente en la superficie. Para conseguir que un metal emita electrones hay que comunicarles la energía necesaria para que superen esta barrera de potencial; la forma de comunicarles esa energía da nombre a los distintos tipos de emisión: emisión termoiónica, emisión fotoeléctrica, emisión secundaria.

## 2. CORRIENTE ELECTRICA

Si un conductor aislado se coloca en un campo eléctrico, las cargas del conductor se ven sometidas a la fuerza del campo  $F=QE$ , y sólo las cargas libres del conductor se desplazan y se reagrupan según la dirección de la fuerza, acumulándose en los extremos del conductor (fig.3), creando un campo eléctrico interno, contrario al exterior y logrando que el interior del conductor sea una región libre de campo, en la cual el potencial es

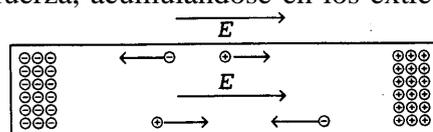


FIG. 3

constante. El movimiento de cargas en el proceso de reagrupamiento constituye una corriente eléctrica (corriente de cargas), pero es de corta duración y se denomina *corriente transitoria*. Si deseamos que circule una corriente permanente en un conductor, hemos de mantener un campo eléctrico de manera continua, o un gradiente de potencial dentro de él. Si el campo tiene siempre el mismo sentido, aunque pueda variar su intensidad, se denomina *corriente continua* (aunque no constante), y si el campo eléctrico se invierte periódicamente, el flujo de cargas se invierte también y la *corriente es alterna*.

Corriente eléctrica es la *circulación de la carga a través del conductor*. Convenimos en asignar como sentido de la corriente eléctrica el que tienen las cargas positivas. Como la corriente eléctrica está producida por un campo eléctrico, ésta tiene el mismo sentido que el campo. Se llama *conducción* al proceso por el cual la carga se transporta.

## 2.1. Mecanismo de la conducción eléctrica.

Un estudio detallado a nivel microscópico del proceso de conducción, entra dentro del ámbito de la Mecánica Cuántica. Estableceremos aquí un modelo sencillo para dar una explicación a la conducción en los metales.

Supongamos un hilo metálico, con un campo eléctrico  $E$  en su interior (producido por un generador como pila, batería, acumulador). Los electrones de conducción del metal estarán sometidos a una fuerza opuesta al campo  $F = -eE$  [ $e$ =carga del electrón]. Los otros electrones y los núcleos positivos de la red, son también accionados por la fuerza del campo, pero no son acelerados por impedirlo las fuerzas de ligadura que mantienen a estos electrones unidos a los núcleos y los núcleos unidos entre sí formando la red del sólido. Si no hubiera otra fuerza, el electrón se aceleraría indefinidamente bajo la acción del campo, pero los repetidos choques con los iones positivos de su red cristalina, hacen que sean frenados, es decir, existe una fuerza resistiva (de rozamiento) proporcional a la velocidad de desplazamiento que hace que los electrones tengan un movimiento, constituido por una sucesión de aceleraciones y frenados, por ello consideraremos una cierta *velocidad media* constante en sentido contrario al campo, y supondremos que se mueven uniformemente con esa velocidad. "En un conductor en cuyo interior se ha originado un campo eléctrico, la velocidad media de las cargas (electrones en el metal) es proporcional a la intensidad de dicho campo".

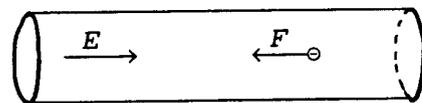


FIG. 4

$$\vec{v} \propto \vec{E} \quad \text{o sea} \quad \vec{v} = n\vec{E}$$

y a la constante de proporcionalidad  $n$  se le llama *movilidad de los portadores de carga*.

Parecería lógico definir el sentido de una corriente eléctrica como igual al del movimiento de los electrones libres del metal. Inmediatamente tropezamos con la dificultad de que en un conductor electrolítico o gaseoso, las cargas libres son de ambos signos y se mueven en sentidos opuestos. Cualquiera que fuera el sentido adoptado para la corriente, encontraríamos cargas que se mueven en sentidos opuestos. Puesto que ha de asignarse un sentido convencional a la corriente, se ha adoptado el del movimiento de las cargas positivas, como ya hemos mencionado anteriormente. Por consiguiente en un conductor metálico, los electrones se mueven en sentido opuesto al sentido convencional de la corriente, que es el mismo del campo eléctrico.

## 2.2. Concepto de Intensidad de Corriente. Densidad de Corriente.

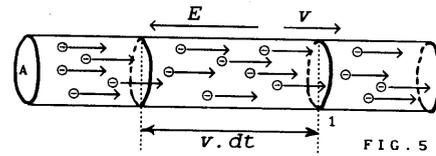
Ya que la corriente eléctrica es fundamentalmente un movimiento de cargas, definimos una magnitud característica de tal corriente para su estudio. Esta magnitud es la intensidad de la corriente de conducción o simplemente *Intensidad de corriente*. Se define como la velocidad a la que se transporta la carga por un punto dado del conductor:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

La unidad S.I. de la intensidad de corriente es el *culombio por segundo* que se denomina *Amperio* (A), en honor del físico André Ampère que introdujo muchos de los conceptos de electricidad y magnetismo.

La fig.5 representa una porción de un hilo conductor metálico de sección recta A, en el cual existe un campo eléctrico y, en consecuencia, los electrones libres tendrán un

movimiento uniforme de velocidad media  $v$ , en sentido opuesto al campo. Cada electrón se mueve con velocidad  $v$  y en el tiempo  $dt$ , cada uno avanza una distancia  $vdt$ . En este mismo tiempo, el número de electrones que cruza una sección recta del conductor, como la 1, es el número de electrones contenido en una porción de hilo de longitud  $vdt$ , de volumen  $Avdt$ . Si en el conductor existen  $n$  electrones libres por unidad de volumen, el número de los que cruzan el plano 1 en el tiempo  $dt$  será:  $nAvdt$  y  $e$  representa la carga de cada uno de los electrones, la carga total  $dq$  que atraviesa el área 1 en el tiempo  $dt$  será:



$$dq = n.e.v.A.dt$$

y sustituyendo en la ecuación de definición de la intensidad de la corriente:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{n.e.v.A.dt}{dt} = n.e.v.A$$

La distribución de carga en un hilo metálico que transporta una corriente eléctrica difiere de la distribución estática en un conductor aislado que tiene exceso de carga y que queda limitada a la superficie del conductor. No hay exceso de carga sobre el hilo que transporta una corriente, por ser iguales las cargas positivas y negativas por unidad de volumen. Los electrones libres en un hilo metálico que transportan una corriente están uniformemente distribuidos por toda la masa de hilo y la intensidad de corriente está distribuida de manera uniforme a través de cualquier sección.

Definimos la densidad de corriente como la *intensidad de corriente por unidad de sección normal al conductor*. Es una magnitud vectorial que depende de las coordenadas del punto y del instante en que se determine. Siendo  $dI$  la Intensidad de Corriente que pasa por un elemento de área  $d\vec{A}$  y dada por la expresión:

$$dI = n.e.\vec{v} \cdot d\vec{A}$$

la densidad de corriente  $\vec{J}$  vendrá, pues, definida por el vector:

$$\vec{J} = \frac{dI}{d\vec{A}} = \frac{n.e.\vec{v} \cdot d\vec{A}}{d\vec{A}} = n.e.\vec{v} \quad (2)$$

La Intensidad de corriente en función de la densidad de corriente en cada punto será:

$$I = \int dI = \frac{dq}{dt} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

ecuación que representa el flujo del vector  $\vec{J}$  a través de una superficie  $A$ , o lo que es lo mismo, *el flujo de cargas por unidad de tiempo a través de la superficie  $A$* .

En el Sistema Internacional, la Densidad de Corriente se mide en Amperios por metro cuadrado ( $A/m^2$ ).

### 2.3. Conductividad Eléctrica. Conductancia.

Para mantener una corriente eléctrica en un conductor ha de haber un campo eléctrico o un gradiente de potencial dentro de él, como ya se ha dicho anteriormente. Las sustancias conductoras difieren entre sí, en el valor de la densidad de corriente  $J$  establecida por un campo eléctrico  $E$  dado. La densidad de corriente que se produce en un conductor lineal es proporcional a la intensidad de campo establecida en el mismo, es decir:

$$\vec{J} \propto \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{J} = \mathbf{s}\vec{E} \quad (4)$$

donde la constante de proporcionalidad  $\mathbf{s}$  se denomina *conductividad eléctrica* de la sustancia y depende de su naturaleza y su geometría. Representa la densidad de  $\omega$ -

riente por unidad de intensidad de campo. Cuanto mayor es la conductividad, mayor es la densidad de corriente para una intensidad de campo dado. La unidad S.I. de conductividad eléctrica es el *Siemens* ( $S$ ) y corresponde a:  $1/\Omega.m=(\Omega.m)^{-1}$ .

La expresión (4) representa la formulación de la ley de Ohm para un punto del conductor. A los materiales que la satisfacen se les llama *conductores óhmicos o lineales*.

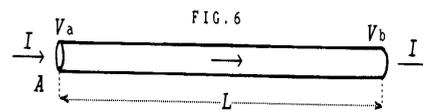
La conductividad eléctrica de una sustancia dada varía con la temperatura. Para muchas sustancias principalmente los metales, la conductividad es independiente de la densidad de corriente. Por el contrario, hay sustancias para las cuales, la conductividad varía sensiblemente con la densidad de corriente.

Aunque la relación (4) es la ecuación fundamental de la conducción eléctrica, resulta más cómodo en la práctica trabajar con intensidades de corriente y diferencias de potencial que con densidades de corriente e intensidades de Campo Eléctrico.

Considerando que la densidad de corriente viene definida por la expresión (2) y la intensidad del Campo eléctrico se formula como un gradiente de potencial cambiado de signo:  $\vec{E} = -dV/d\vec{r}$ , sustituyendo en (4) resultará:

$$\frac{dI}{dA} = -\mathbf{s} \frac{dV}{d\vec{r}}$$

Si consideramos un conductor lineal de longitud  $L$  y sección constante  $A$ , por el que circula una corriente  $I$ , gracias a unos potenciales  $V_a$  y  $V_b$  en sus extremos, como se indica en la fig.6. En estas condiciones  $I$ ,  $\mathbf{s}$  y  $A$  son constantes y la expresión anterior puede integrarse fácilmente, tomando el eje  $X$  a lo largo del hilo:



$$\frac{I}{A} = -\mathbf{s} \frac{dV}{d\vec{r}} \quad \Rightarrow \quad I = -\mathbf{s} \cdot A \frac{dV}{dx}$$

Reordenando las variables e integrando a toda la longitud de hilo entre los límites  $V_a$  y  $V_b$  resulta:

$$I \int_0^L dx = -\mathbf{s} A \int_{V_a}^{V_b} dV \quad \Rightarrow \quad I \cdot L = \mathbf{s} A (V_a - V_b) \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathbf{s} \cdot A}{L} (V_a - V_b) \quad (5)$$

El factor  $\mathbf{s}A/L$  se denomina *Conductancia* del hilo y se representa por  $C$ . Cuanto mayor es la conductancia, tanto mayor es la intensidad de corriente para una diferencia de potencial dada:

$$I = C(V_a - V_b) \quad (5')$$

## 2.4. Resistividad Eléctrica. Resistencia.

En la práctica no se usa la conductancia sino su inversa llamada *Resistencia Eléctrica* y es utilizada universalmente. La Resistencia se representa por  $R$  y para un conductor lineal, homogéneo, de sección uniforme y con conductividad  $C$  constante, la resistencia es:

$$R = \frac{1}{C} = \frac{L}{\mathbf{s}A} = \mathbf{r} \frac{L}{A} \quad (6)$$

donde hemos expresado mediante  $\mathbf{r}$ , llamada *Resistividad Eléctrica*, a la inversa de la conductividad eléctrica ( $1/\mathbf{s}$ ). La resistividad se mide en  $\mathbf{Wm}$  en el S.I.

El nombre de Resistencia deriva del hecho siguiente: entre los extremos de dos

hilos establecemos la misma caída de potencial  $V_a$  y  $V_b$ ; el hilo en el que circule menor intensidad de corriente tiene mayor resistencia y a la inversa, siendo, por tanto, la resistencia la medida de la oposición de los hilos conductores al movimiento de los electrones en su seno. De la expresión (6) se deduce que la resistencia es tanto mayor cuanto más largo sea el hilo y más pequeña sea la sección normal. La resistividad  $r$  se interpreta como la resistencia específica, o sea, la resistencia de un conductor de  $1 \text{ m}^2$  de sección y de  $1 \text{ m}$  de longitud, lo que equivale a  $1 \text{ m}^3$  de conductor.

## 2.5. Ley de Ohm.

Introduciendo la resistencia eléctrica en la ecuación (5) resulta:

$$I = \frac{V_a - V_b}{R} = \frac{V_{ab}}{R} \quad \text{o bien} \quad V_{ab} = I.R \quad (7)$$

ecuación que se conoce como *Ley de Ohm*, descubierta experimentalmente por el físico alemán Georg Simon Ohm (1789-1854).

Obsérvese que esta relación entre  $V_{ab}$ ,  $R$  e  $I$ , sólo se aplica cuando el conductor que une el punto  $a$  con el punto  $b$  es una resistencia pura y no contiene baterías, generadores, motores, etc.

La unidad de resistencia eléctrica en el S.I. es el *Ohmio* ( $\Omega$ ), que deriva de la Ley de Ohm como el Voltio/Amperio. El Ohmio es la resistencia de un conductor que teniendo entre sus extremos la diferencia de potencial de 1 Voltio circula por él la corriente de 1 Amperio.

El Ohmio se define de manera absoluta (patrón internacional) como "*la resistencia de una columna de mercurio de 106'3 cm de longitud y  $1 \text{ mm}^2$  de sección a  $0^\circ\text{C}$* ".

### 2.5.1. Resistencias óhmicas.

Si hacemos la representación gráfica de los valores de  $V_{ab}$  (ordenadas) e  $I$  (abscisas) obtenemos la gráfica de la ley de Ohm. Si la gráfica es una línea recta, su pendiente:  $R=dV/dI$  representa la resistencia constante y el material es una resistencia óhmica.

Si la gráfica no es una línea recta, la resistencia no es constante (resistencia dinámica) y el conductor no obedece la ley de Ohm como ocurre en los diodos de semiconductores y en las disoluciones electrolíticas.

## 2.6. Variación de la Resistencia con la Temperatura.

La resistividad de todas las sustancias conductoras varía con la temperatura. La fig.7 muestra una gráfica de la resistividad en función de la temperatura, obtenida experimentalmente para un conductor metálico típico y expresa que a mayor temperatura se presenta mayor resistividad.

La curva puede representarse satisfactoriamente por una ecuación de la forma:

$$r = r_0(1 + a + b^2 + g^3 + \dots)$$

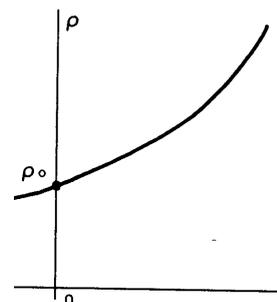


FIG. 7

siendo  $r_0$  la resistividad a  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  constantes características de cada sustancia y  $t$  la temperatura centígrada. Para temperaturas no demasiado grandes pueden despreciarse los términos en  $t^2$  y superiores y se puede escribir:

$$r = r_0(1 + \alpha t)$$

donde la magnitud  $\alpha$  se denomina *coeficiente de variación de resistividad con la temperatura* y es la variación relativa de resistividad al aumentar la temperatura en un grado:

$$\alpha = \frac{r - r_0}{r_0 t}$$

Su valor es aproximado al coeficiente de dilatación de los gases, ya que está comprendido entre  $1/200$  y  $1/300$ .

Puesto que la resistencia de un conductor dado es proporcional a su resistividad, la ecuación anterior puede escribirse así:  $R = R_0(1 + \alpha t)$  donde  $R_0$  es la resistencia a  $0^\circ\text{C}$  y  $R$  es la resistencia a  $t^\circ\text{C}$ .

El hecho de que la resistencia dependa de la temperatura es fácilmente explicable. Si la temperatura aumenta, la agitación térmica de los átomos o moléculas que componen el conductor, aumentará también y por lo tanto el número de choques entre las cargas eléctricas y los iones de la red cristalina será mayor, disminuyendo así la velocidad media de las cargas eléctricas. En resumen: al aumentar la temperatura aumenta la dificultad al movimiento de las cargas, y por tanto, aumenta la resistencia.

## **2.7. Estudio energético de la corriente. Ley de Joule.**

Aunque, para mayor sencillez, hemos considerado la corriente en un conductor como si todos los electrones libres se moviesen con la misma velocidad constante,  $v$ , (velocidad media), podemos describir más correctamente el movimiento de los electrones, como una serie de movimientos acelerados, cada uno de los cuales termina con un choque contra una de las partículas fijas del conductor. Los electrones ganan energía cinética durante las trayectorias libres entre dos choques (merced al trabajo efectuado por las fuerzas del campo eléctrico) y ceden a las partículas fijas, en cada choque, la misma cantidad de energía que habían ganado. La energía adquirida por las partículas fijas del conductor aumentan la amplitud de su vibración, o sea, se convierte en energía térmica molecular.

Para deducir la cantidad de energía térmica desarrollada en un conductor por unidad de tiempo (potencia), calcularemos primero la expresión general de la potencia eléctrica suministrada a una parte del circuito eléctrica cualquiera.

El rectángulo de la fig.8 representa una parte de un circuito en el que circula una corriente  $I$ , de izquierda a derecha, desde  $a$  hasta  $b$ . Los potenciales en dichos bornes son  $V_a$  y  $V_b$ . La naturaleza del circuito entre  $a$  y  $b$  puede ser cualquiera, por ejemplo conductor, motor, dinamo, batería o una combinación de estos elementos. La potencia suministrada depende únicamente, como demostraremos, de los valores y sentidos relativos de la corriente, y de la diferencia de potencial entre sus bornes.

En el intervalo de tiempo  $dt$ , entra en la parte de circuito considerada, una cantidad de carga útil  $dq = Idt$  por el borne  $a$ , y la misma cantidad sale por el borne  $b$  en igual tiempo. Ha habido así, un transporte de la carga  $dq$  des-



de el potencial  $V_a$  hasta el potencial  $V_b$ . La energía  $dW$  cedida por la carga es:

$$dW = dq(V_a - V_b) = I \cdot dt \cdot V_{ab}$$

y la cantidad de energía cedida por unidad de tiempo, es decir, la *potencia*  $P$  suministrada al circuito por la fuente que mantiene la diferencia de potencial, será:

$$P = \frac{dW}{dt} = I \cdot V_{ab} \quad (8)$$

Esto es, la Potencia Eléctrica es igual al producto de la Intensidad de la corriente por la Diferencia de Potencial (d.d.p.) entre los bornes del circuito considerado. Esta ecuación es una relación perfectamente general, que se cumple cualquiera que sea la naturaleza de los elementos del circuito que estén situados entre  $a$  y  $b$ .

Para el caso especial de que el circuito comprendido entre  $a$  y  $b$  sea una resistencia pura  $R$ , toda la energía suministrada se convierte en calor y entonces la d.d.p.  $V_{ab}$  viene dada por la ley de Ohm  $V=IR$ . Por consiguiente:

$$P = I \cdot V_{ab} = I \cdot I \cdot R = I^2 R \quad (9)$$

Para destacar explícitamente que, en este caso especial, la energía aparece en forma calorífica, podemos poner  $P=dH/dt$ , donde  $dH$  es la cantidad de calor producida en el tiempo  $dt$  y la ecuación anterior se escribirá:

$$\frac{dH}{dt} = I^2 R \quad (10)$$

Si  $R$  es independiente de  $I$ , esta ecuación expresa que la cantidad de calor producida por unidad de tiempo es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente. Este hecho, fue descubierto experimentalmente por Joule en el transcurso de sus medidas del equivalente mecánico del calor, y se conoce como *Ley de Joule*. Naturalmente sólo es una ley en el mismo sentido que la ley de Ohm, esto es, expresa una cualidad especial de ciertas sustancias y no una propiedad general de la materia. Una sustancia que obedece la ley de Ohm obedece necesariamente la ley de Joule, y estas dos leyes no son independientes.

### **3. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA**

#### **3.1. Concepto de Fuerza Electromotriz. (FEM).**

Hemos visto que para tener una corriente permanente en un conductor es necesario mantener en el mismo un campo eléctrico, o sea, un gradiente de potencial; hemos demostrado también que para sostener la corriente se necesita un suministro continuo de energía al conductor, que se convierte en calor en el caso de una resistencia pura. La producción de calor en el conductor en un proceso irreversible en el sentido termodinámica, esto es, aunque la energía se conserva durante todo el proceso, el calor producido no puede transformarse de nuevo en energía eléctrica, excepto con las restricciones impuestas por el segundo principio de la termodinámica.

Vamos a considerar a continuación otro tipo de transformación energética, reversible en sentido termodinámica. Una batería, un acumulador, una dinamo y un motor, son dispositivos en los cuales tienen lugar tales transformaciones. Consideremos una batería que está accionando el motor de arranque de un automóvil. La energía interna de las sustancias que hay dentro de la batería (energía química) disminuye y se convierte en energía mecánica útil que acciona el eje del motor de arranque. Después que el motor del automóvil se pone en marcha, se desconecta el motor de arranque y la dinamo envía una corriente de carga, de sentido contrario, a la batería. Las reacciones químicas que tienen lugar en la batería se verifican en sentido inverso, y se produce energía interna (energía química) con un gasto de trabajo mecánico que ha de ser realizado por el motor del automóvil para accionar la dinamo. Por consiguiente, según el sentido de la corriente que la atraviesa, se verifica en la batería una de estas dos transformaciones:

En contraste con la transformación irreversible de la energía eléctrica en calor, o sea, transformando la potencia  $I^2R$  en calor en una resistencia pura, la conversión de energía eléctrica en energía interna de la batería es reversible, en el sentido de que la energía interna puede recuperarse completamente y convertirse en energía eléctrica.

Cualquier dispositivo en el cual pueda producirse una transformación reversible entre energía eléctrica y otra forma de energía, se denomina *generador de Fuerza Electromotriz*. (F.E.M.).

La fuerza electromotriz se representa por  $E$  y se define como la energía transformada por unidad de carga que atraviesa la sección del generador:

$$E = \frac{dW}{dq} \quad (11)$$

Puesto que la Fuerza Electromotriz, es trabajo por unidad de carga, su unidad en el S.I. es el *Julio/Culombio=Voltio* (la misma unidad que el potencial eléctrico). Debe hacerse especial hincapié que, aunque la F.E.M. y la d.d.p. se expresen en la misma unidad, son dos conceptos distintos. El trabajo realizado por el generador es:

$$dW = E \cdot dq$$

y el realizado en la unidad de tiempo, es decir, la potencia eléctrica, será:

$$P = \frac{dW}{dt} = E \frac{dq}{dt} = E \cdot I \quad (12)$$

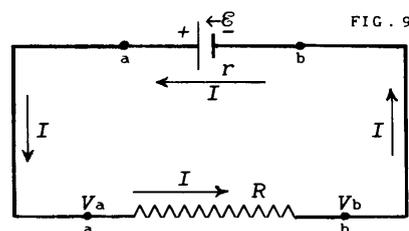
### 3.1.1. Generadores y Motores. Resistencia Interna.

Hemos definido un generador como cualquier dispositivo en el cual pueda producirse una transformación reversible entre energía eléctrica y otra forma de energía, sin embargo, tradicionalmente se llama *generador de corriente* al dispositivo que transforma cualquier energía en energía eléctrica (como: baterías, pilas, acumuladores, dinamos, etc.) y se llama *motor* al dispositivo que transforma la energía eléctrica en cualquier tipo de energía mecánica.

Estos dispositivos, por los propios materiales en que están contruidos, opondrán una determinada resistencia al paso de la corriente a través de ellos. Esta resistencia se llama *resistencia interna* del generador o motor, que provocará en el interior de los aparatos una caída de potencial, por consiguiente, la diferencia de potencial que presentan estos dispositivos en sus bornes externos no coincidirá con la Fuerza Electromotriz, pues en el interior sufre una caída de potencia por causa de la resistencia interna.

### 3.2. Conservación de la energía. Ecuación de circuito.

Consideremos ahora un circuito sencillo, constituido por una resistencia  $R$  conectada mediante conductores de resistencia despreciable a los terminales de un generador (pila o batería) de Fuerza Electromotriz  $E$  y de resistencia interna  $r$ . Sea  $I$  la intensidad de la corriente en el circuito, como se indica en la fig.9.



Formando una sola trayectoria conductora, se dice que están en serie (circuito). Si el sentido de la corriente es de  $a$  hacia  $b$  por el exterior del circuito, el potencial  $V_a$  es superior al potencial  $V_b$ . El signo positivo (+) sobre el borne  $a$  de la batería indica esta circunstancia. Aunque, en rigor, la F.E.M. no es una magnitud vectorial, resulta útil asignarle un sentido, especialmente para aplicar las ecuaciones de Kirchhoff. Consideraremos arbitrariamente que el sentido de la FEM es del borne (-) al borne (+) dentro de generador, como se indica con una flechita, en la fig.9.

A continuación deduciremos las expresiones de las cantidades de energía transformadas por unidad de tiempo, en las diversas partes del circuito. En la resistencia exterior  $R$  se produce calor a razón de:

$$\frac{dH_R}{dt} = R.I^2$$

En la resistencia interna del generador  $r$  se produce calor a razón de:

$$\frac{dH_r}{dt} = r.I^2$$

La suma de estas cantidades de calor (por unidad de tiempo) constituye la potencia cedida por la carga circulante, en forma de calor, y el generador debe suministrar energía en la misma proporción. La energía que suministra el generador será:

$$\frac{dW}{dt} = E.I$$

Luego haciendo el balance total de energía resulta:

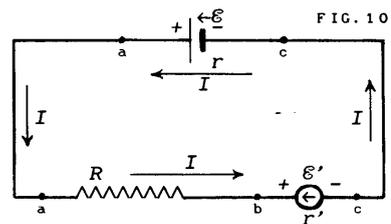
$$E.I = R.I^2 + r.I^2$$

Simplificando y despejando  $I$  obtenemos:

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (13)$$

El principio de conservación de la energía conduce así a una relación extraordinariamente útil, entre la intensidad de la corriente, la fuerza electromotriz y la resistencia en un circuito en serie, cuya relación podemos denominar *ecuación del circuito*.

Consideremos ahora un circuito que contiene un generador, dentro del cual se realiza trabajo por la carga circulante. Por ejemplo, un motor en el cual se realiza trabajo por la carga y aparece en forma de energía mecánica, una batería en situación de carga dentro de la cual el trabajo aparece en forma de energía interna.



La fig.10 representa un circuito que contiene un motor representado por el símbolo titulado con  $E'$  y que es accionado por la batería. Para generalizar se ha introducido una resistencia óhmica  $R$ .

La corriente en el motor se dirige de  $b$  a  $c$ . Puesto que la carga circulante cede energía al pasar por el motor, el potencial  $V_b$  tiene que ser mayor que el potencial  $V_c$ , por consiguiente se asigna al borne  $b$  del motor el signo (+) y el sentido de su F.E.M. es de  $c$  a  $b$ . Al ser un elemento consumidor de energía, a la fuerza electromotriz del motor se le llama *Fuerza Contraelectromotriz (F.C.E.M.)*.

Representamos por  $E'$  la F.E.M. del motor, o F.C.E.M., y por  $r'$  su resistencia interna. En virtud de la definición de F.E.M., la cantidad de energía convertida por segundo en energía mecánica por el motor es  $E'I$  y la cantidad convertida en calor dentro del motor es  $I^2 r'$ . Considerando que el trabajo realizado por segundo en la batería es  $E.I$ , el balance total de energía por segundo, puesto en juego será:

$$E.I = E'.I + I^2 r' + I^2 R + I^2 r$$

luego:  $I = \frac{E - E'}{R + r + r'}$  y en general  $I = \frac{\sum E}{\sum R}$  (14)

Esta ecuación es, evidentemente, una generalización de la ley de Ohm (*Ley de Ohm generalizada*) y puede enunciarse así: "La intensidad de la corriente en un circuito en serie, es igual a la suma algebraica de las Fuerzas Electromotrices dividida entre la suma de las resistencias del mismo".

### 3.3. Diferencia de Potencial entre dos puntos de un circuito.

Vamos a deducir la expresión general de la d.d.p. entre dos puntos cualesquiera de un circuito en serie. La fig.11 representa una porción de dicho circuito, en el cual el sentido de la corriente  $I$  es desde  $a$  hacia  $b$ . La potencia cedida por la carga circulante, a la porción de circuito comprendida entre  $a$  y  $b$  es  $IV_{ab}$ . En otras palabras, ésta es la potencia suministrada a la porción de circuito por el generador o generadores de F.E.M. que hay en el resto del circuito no representado. Puesto que  $I$  y  $E$  son del mismo sentido, el primer dispositivo suministra potencia en la cantidad  $E I$  y como  $I$  y  $E$  son de sentidos opuestos, al segundo dispositivo se le suministra una potencia en la cantidad  $E'I$ . En la resistencia  $R$  y en las resistencias internas  $r$  y  $r'$  de los dos dispositivos de F.E.M. se produce una cantidad de calor por segundo equivalente a  $(R+r+r')I^2$ . Igualando entonces la potencia suministrada a esta porción del circuito con la potencia consumida en ella, resulta:

$$IV_{ab} + I.E = I.E' + (R + r + r')I^2$$

o sea:  $V_{ab} = (R + r + r')I - (E - E')$

$$V_{ab} = \sum R.I - \sum E \quad (15)$$

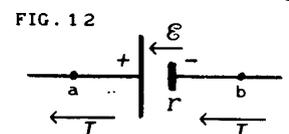
Esta es la expresión general buscada para la d.d.p.  $V_{ab} = V_a - V_b$  entre dos puntos cualesquiera  $a$  y  $b$  de un circuito en serie.

Ha de prestarse atención a los signos algebraicos. La regla más sencilla es considerar el sentido de  $a$  a  $b$  como sentido positivo; entonces las corrientes eléctricas y las fuerzas electromotrices son positivas si su sentido es desde  $a$  hasta  $b$  y negativas si su sentido es desde  $b$  hasta  $a$ . Las resistencias son siempre positivas. La diferencia de potencial  $V_{ab}$  es siempre positiva si  $a$  se encuentra a un potencial superior al de  $b$  y negativa si  $b$  está a potencial superior que  $a$ .

Resulta instructivo aplicar la ecuación anterior cuando los puntos  $a$  y  $b$  son los bornes de un generador. Convengamos en que el punto  $a$  corresponde siempre al borne positivo y el punto  $b$  al borne negativo. Entonces, de acuerdo con el convenio de signos tanto  $E$  como  $I$  son negativas y por tanto:

$$V_{ab} = V_{+-} = \sum R.I - \sum E = -r.I - (-E)$$

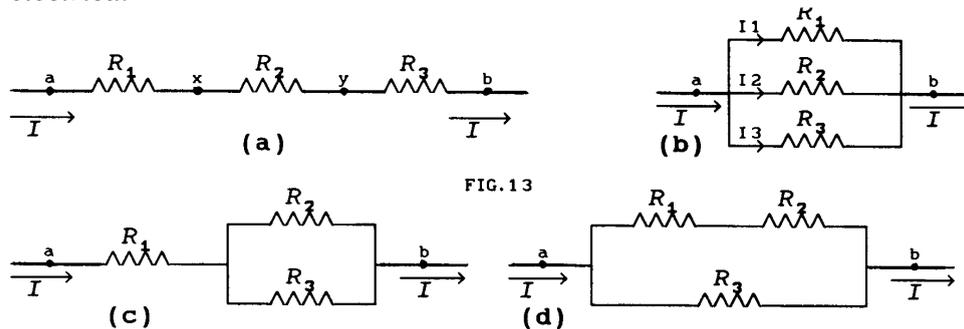
resultando:  $V_{+-} = E - r.I$



La diferencia de potencial entre los bornes (+) y (-) de un generador es igual a la fuerza electromotriz del generador disminuida en la caída de potencial en la resistencia interna ( $rI$ ). Sólo cuando la corriente en el generador es nula, el voltaje en los bornes es igual a la fuerza electromotriz, ya que entonces  $I=0$ . Por tanto, la F.E.M. de un generador puede determinarse experimentalmente midiendo el voltaje entre sus bornes en circuito abierto.

### 3.4. Asociación de resistencias en serie y en paralelo.

La mayor parte de los circuitos eléctricos no contienen un solo generador y una sola resistencia externa, sino que comprenden cierto número de ff.ee.mm., resistencias y otros elementos tales como condensadores, motores, interruptores, etc., conectados entre sí de un modo más o menos complejo. El término general aplicado a tales sistemas es el de *red eléctrica*.



En la fig.13 se representan cuatro modos distintos de conectar tres resistencias  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ . En (a) las resistencias ofrecen un recorrido único entre los puntos  $a$  y  $b$  y se dice que están conectadas en *serie* entre estos puntos. Las resistencias en (b) se dice que están en *paralelo* o *derivación* entre  $a$  y  $b$ . Cada resistencia ofrece un recorrido distinto entre los extremos.

En (c) las resistencias  $R_2$  y  $R_3$  están conectadas en paralelo y el conjunto está en serie con la resistencia  $R_1$  y en (d) las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  están en serie y el conjunto está en paralelo con  $R_3$ .

Es siempre posible encontrar una sola resistencia que pueda reemplazar a una combinación de resistencias, en cualquier circuito dado, sin modificar la d.d.p. entre los bornes de la combinación ni la corriente en el resto del circuito. Esta resistencia se denomina *resistencia equivalente* de la combinación. Si cualquiera de las redes de la fig. 13 se reemplaza por su resistencia equivalente  $R$ , se podría escribir:

$$V_{ab} = R.I \quad \text{o bien:} \quad R = \frac{V_{ab}}{I}$$

Siendo  $V_{ab}$  la diferencia de potencial entre los bornes de la red e  $I$  la intensidad de corriente entre los puntos  $a$  y  $b$ . por consiguiente el método para calcular una resistencia equivalente es suponer una diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre los bornes de la red, calcular la intensidad de corriente correspondiente  $I$  y hallar la razón de la una a la otra. Las conexiones en serie y en paralelo son muy frecuentes, de modo que vamos a deducir las ecuaciones para estos dos casos especiales.

Resistencias en serie. Si las resistencias están en serie, fig.13(a), la intensidad  $I$  que pasa por todas las resistencias es la misma, por tanto:

$$V_{ax} = I.R_1 \quad V_{xy} = I.R_2 \quad V_{yb} = I.R_3$$

sumando:

$$V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

ahora bien, como:

$$V_{ax} = V_a - V_x \quad V_{xy} = V_x - V_y \quad V_{yb} = V_y - V_b$$

resulta:

$$V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = V_a - V_b = V_{ab}$$

y sustituyendo

$$V_{ab} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\frac{V_{ab}}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

pero como:  $V_{ab}/I$  es por definición, la resistencia equivalente  $R$  resulta finalmente:

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3} \quad (16)$$

Por tanto, la resistencia equivalente de un número cualquiera de resistencias en serie, es igual a la suma algebraica de dichas resistencias.

Resistencias en paralelo. Si las resistencias están en paralelo, fig.13 (b), la diferencia de potencial entre los bornes de cada una de ellas ha de ser la misma como se aprecia en la red, e igual a  $V_{ab}$ . Si designamos las intensidades de corriente en cada resistencia por  $I_1, I_2, I_3$ , respectivamente, tendremos:

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Ahora bien, la carga eléctrica llega al punto  $a$  por la corriente  $I$  y sale por las corrientes  $I_1, I_2, I_3$ . Puesto que la carga no se acumula en  $a$ , resulta:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\text{o sea: } I = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3} = V_{ab} \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right] \quad \text{o bien} \quad \frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\text{y como } \frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R} \quad \text{resultará finalmente} \quad \boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (17)$$

En consecuencia, para un número cualquiera de resistencias en paralelo, la inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas de cada una de ellas.

Para el caso particular de dos resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{además, puesto que: } V_{ab} = I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

y las intensidades de corriente transportadas por las dos resistencias en paralelo son inversamente proporcionales a las resistencias.

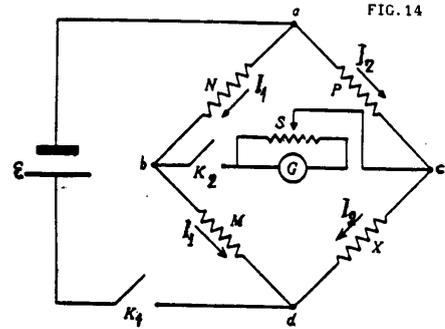
De esta forma, la resistencia equivalente es más pequeña que cualquiera de las resistencias del circuito, y se utilizará la conexión en paralelo cuando queramos conseguir una resistencia equivalente más pequeña que las resistencias presentes. Usaremos la conexión en serie cuando queramos conseguir una resistencia equivalente más elevada.

Las resistencias equivalentes en las redes (c) y (d) de la fig.13 pueden encontrarse fácilmente considerándolas como conjuntos de agrupaciones en serie y en paralelo.

### 3.5. Medidas de Resistencias.

#### 3.5.1. Puente de Wheatstone.

El puente de Wheatstone se utiliza mucho para efectuar medidas rápidas y precisas de resistencias. Fue ideado en 1843 por el físico inglés Charles Wheatstone. En la fig.14, se representa el esquema de dicho instrumento. En él M, N y P son resistencias variables previamente graduadas, y X representa la resistencia desconocida. Para utilizar el puente, se cierran los interruptores  $K_1$  y  $K_2$  y se modifica la resistencia P hasta que el galvanómetro G (del puente entre  $b$  y  $c$ ) no experimente desviación alguna, indicando que no existe corriente en dicho puente y los puntos  $b$  y  $c$  se encuentran al mismo potencial o, en otras palabras, la caída de potencial entre  $a$  y  $b$  es la misma que entre  $a$  y  $c$ . Así mismo, la caída de potencial entre  $b$  y  $d$  es idéntica a la caída de potencial entre  $c$  y  $d$ . La intensidad de la corriente en M es la misma que la de N, o sea  $I_1$  y la intensidad de la corriente en P es igual a la de X, o sea  $I_2$ . Entonces, dado que:



$$\begin{array}{l} V_{ab} = V_{ac} \\ V_{bd} = V_{cd} \end{array} \quad \text{se deduce} \quad \begin{array}{l} I_1 N = I_2 P \\ I_1 M = I_2 X \end{array}$$

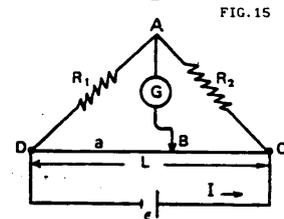
si se divide la segunda ecuación entre la primera resulta:

$$\frac{M}{N} = \frac{X}{P} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{M}{N} P$$

Por consiguiente, conocidas M, N y P, se calculará X.

#### 3.5.2. Puente de hilo.

Una modificación práctica del anterior dispositivo, es el llamado *puente de hilo*, en el que se sustituyen las resistencias M y N por un hilo metálico, homogéneo, lo suficientemente delgado para que su resistencia sea apreciable, y montado en el circuito como se muestra en la fig.15. Sobre él se desliza un contacto móvil B, ligado al punto A a través de un galvanómetro G de cero. Si  $r$  es la resistencia del alambre por unidad de longitud,  $L$  su longitud total y  $a$  la distancia DB del hilo (rama a la izquierda del contacto móvil), cuando no pase corriente por el galvanómetro la resistencia del trozo de hilo DB será  $r \cdot a$  y la resistencia del trozo de hilo BC será  $(L-a) \cdot r$  y aplicando la relación deducida en el puente de Wheatstone, resultará:



$$\frac{R_1}{a \cdot r} = \frac{R_2}{(L-a)r} \quad \text{de donde} \quad R_2 = \frac{L-a}{a} R_1$$

Bastará, pues conocer una de las resistencias  $R_1$  y hacer la medida de las longitudes indicadas para determinar el valor de la resistencia desconocida  $R_2$ .

#### 3.5.3. Potenciómetro.

El potenciómetro es un aparato que se emplea para la comparación de Fuerzas Electromotrices. Entre los extremos  $a$  y  $b$  de un hilo conductor de resistencia se instala una pila, cuyas características  $E$  y  $r$  no se conocen ni se van a necesitar (fig.16). En opo-

sición con ella, se monta otra pila cuya F.E.M.  $E_1$  se trata de determinar. (Los hilos que parten de  $b$  y van a las dos pilas, han de hacer contacto con polos de igual signo). En el circuito de la pila problema hay instalado un galvanómetro  $G$  y un cursor  $c$  que se puede deslizar a lo largo del hilo  $ab$  haciendo contacto con él cuando interesa.

Se modifica la posición del cursor hasta que el galvanómetro indica corriente cero. Entonces la longitud  $bc$  tiene por resistencia  $R_1$ . Se sustituye la pila  $E_1$  por otra pila de F.E.M.  $E_2$  conocida y se consigue un nuevo equilibrio desplazando el cursor hasta que el galvanómetro marque de nuevo cero. La resistencia  $bc$  es ahora  $R_2$  y se verifica que:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (18)$$

En efecto, por el hilo conductor  $ab$  circula en los dos equilibrios la misma intensidad de corriente (no olvidemos que el galvanómetro marca cero en ambos equilibrios)

luego:

$$I = \frac{E}{r + R_1 + R_1}$$

Como  $I$  no se modifica por ser  $E$  y  $r$  constantes características del generador (instalado en la parte superior del dibujo) que es el mismo para toda la experiencia, y  $R_1 + R_1$  es la resistencia total del hilo conductor  $ab$ , resultará:

$$E_1 = I.R_1 \quad \text{y} \quad E_2 = I.R_2$$

(no hay caída de potencial entre  $d$  y  $c$ ) y dividiendo ambas ecuaciones se obtiene la expresión (18).

Este sistema también se puede usar para calcular resistencias si lo que conocemos son las fuerzas electromotrices de las pilas, por ello:

$$R_2 = \frac{E_2}{E_1} R_1$$

### 3.6. Redes. Reglas de Kirchhoff.

#### 3.6.1. Enunciados. Condiciones de aplicación.

Las redes están constituidas por elementos de circuito, pilas y resistencias, conectados en serie y en paralelo, formando, en general agrupaciones no sencillas, que no pueden resolverse por el método de la resistencia equivalente. No pueden ser reducidas a un simple circuito de un solo y único recorrido y no se puede aplicar la ley de Ohm tal como la hemos estudiado. Fue Gustav Robert Kirchhoff el que enunció por primera vez dos

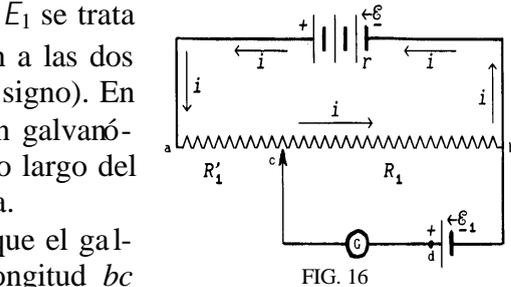


FIG. 16

reglas que permiten resolver los problemas de las redes sistemáticamente. Definiremos, en primer lugar, dos conceptos fundamentales:

**Nudo.** Es un punto de la red en el cual se unen o conectan tres o más conductores. Son nudos los puntos:  $b, d, e$  y  $f$ .

**Malla.** Es cualquier recorrido conductor cerrado, que comienza en un punto y

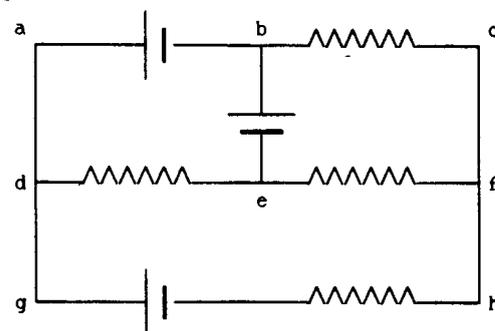


FIG. 17

acaba en el mismo sin repetir el recorrido en ningún trayecto. Son mallas las trayectorias: *abeda, bcfed, defhgd, abcfhgda,..*

Las Reglas enunciadas por Kirchhoff pueden enunciarse así:

1ª.- *Regla de los Nudos.* La suma algebraica de las intensidades de las corrientes que confluyen en un nudo de la red, es cero.

$$\sum I = 0$$

2ª.- *Regla de las Mallas.* La suma algebraica de las fuerzas electromotrices en una malla cualquiera de una red, es igual a la suma de las caídas de potencial, productos *I.R*, en la misma malla.

$$\sum E = \sum I.R$$

La primera regla expresa simplemente que la carga eléctrica no se acumula en ningún nudo de la red. La segunda regla se deduce de la expresión generalizada de la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito, ecuación (15).

$$V_{ab} = \sum R.I - \sum E$$

si los puntos *a* y *b* coinciden como en el recorrido cerrado de una malla tendremos:

$$V_{aa} = 0 = \sum R.I - \sum E \quad \Rightarrow \quad \sum E = \sum I.R$$

### 3.6.2. Utilización de las reglas de Kirchhoff.

Para la aplicación práctica de estas reglas a las redes, de una manera correcta, hemos de seguir los siguientes pasos:

1.- Fijar el sentido de las ff. ee. mm. de las pilas y fijar igualmente, de manera arbitraria, el sentido de las intensidades de corriente rotulándolas con variables *I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub>,...*

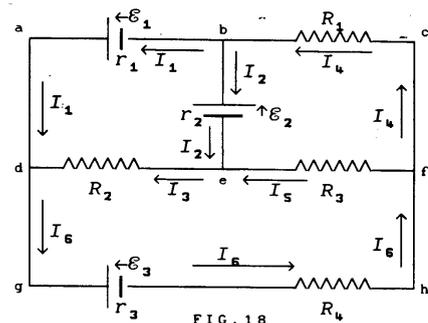
2.- Aplicar la regla de los Nudos, a todos los nudos de la red menos uno, considerando un criterio de signos fijo: corrientes que salen, positivas y las que entran, negativas, o al revés.

3.- Descomponer la red en mallas elementales y rotular todos los valores de sus elementos.

4.- Fijar un sentido (arbitrario) de recorrido de cada malla, desde un punto inicial hasta el mismo como final.

5.- En el recorrido de la malla, los elementos que tengan el mismo sentido que el recorrido (*E* ó *I*) se consideran positivos y los que tengan sentido opuesto al recorrido se consideran a negativos, para la aplicación de la segunda regla.

6.- Aplicar a cada malla elemental, la segunda regla de Kirchhoff, recorriéndola en el sentido establecido y considerando los signos establecidos en el punto 5. Las resistencias son siempre positivas.



Si al resolver las ecuaciones planteadas (de los nudos y de las mallas) algunas de las intensidades resultan negativas, quiere decir que su sentido verdadero en la red es el contrario al que se le ha asignado. Veamos, por ejemplo, las ecuaciones de la red de la fig.18:

Nudo b:	$I_1 + I_2 - I_4 = 0$	
Nudo d:	$- I_1 - I_3 + I_6 = 0$	
Nudo e:	$I_3 - I_2 - I_5 = 0$	Nudo f: NO
Malla <i>adeba</i> :	$E_1 + E_2 = I_1 r_1 - I_3 R_2 - I_2 r_2$	

$$\text{Malla } befc b: \quad -E_2 = I_2 r_2 - I_5 R_3 + I_4 R_1$$

$$\text{Malla } dghfed: \quad -E_3 = I_6 r_3 + I_6 R_4 + I_5 R_3 + I_3 R_2$$

Y resolviendo el sistema de ecuaciones (6 ecuaciones con 6 incógnitas:  $I_1, \dots, I_6$ ) quedará perfectamente resuelto el problema y todas las variables de la red quedarán determinadas.

## **4. APARATOS DE MEDIDA**

### **4.1. Galvanómetro de cuadro móvil.**

Cualquier dispositivo utilizado para detectar o medir una corriente se denomina Galvanómetro, y la mayor parte de estos instrumentos están basados en el par de fuerzas ejercido sobre una bobina colocada en un campo magnético. Al circular una corriente eléctrica por la bobina, producirá en ella un campo magnético que interactuará con el campo magnético externo. Prácticamente todos los galvanómetros utilizados en la actualidad son del tipo D'Arsonval, de cuadro móvil, o sea cuadro que puede girar alrededor de un eje.

El esquema de un galvanómetro de cuadro móvil, es el representado en la fig.19. El campo magnético de un imán en herradura, cuyos polos se designan por N y S se concentra en la proximidad del cuadro C mediante el cilindro de hierro dulce A. El cuadro se compone de unas 10 ó 20 espiras de hilo de cobre aislado, arrolladas sobre un marco rectangular y suspendido mediante un hilo conductor F, que proporciona un par recuperador cuando el cuadro se desvía de su posición de equilibrio.

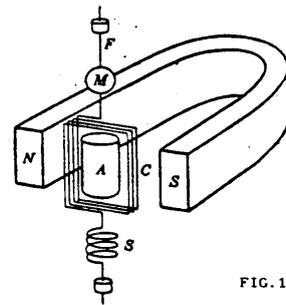


FIG. 19

Cuando se envía corriente a través del cuadro, actúan fuerzas magnéticas horizontales sobre sus lados verticales, produciendo un par alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. El cuadro gira en el sentido de este par y al cabo de cierto tiempo se detiene en una posición tal que el momento recuperador ejercido por la suspensión superior iguala al momento del par de las fuerzas laterales. Se observa el ángulo desviado con ayuda de un haz luminoso que se refleja sobre un pequeño espejo, M, sujeto a la suspensión superior, sirviendo el haz de luz como aguja indicadora.

### **4.2. Amperímetros. Condiciones de utilización.**

Un amperímetro es un instrumento que se utiliza para medir la intensidad de la corriente eléctrica. Para medir la intensidad de una corriente en un punto de un circuito, es necesario abrir el circuito e intercalar el instrumento conectado a los dos bornes del circuito en el punto, de modo que la corriente que haya de medirse, pase toda ella a través del aparato. El amperímetro así conectado está en serie y deberá poseer una resistencia muy pequeña para que la medida no produzca perturbaciones importantes en el circuito.

Podemos medir la Intensidad de un circuito con un galvanómetro de cuadro móvil. Consideremos un galvanómetro de cuadro móvil típico, cuya resistencia óhmica del cuadro y conductores, es de  $20 \Omega$ , y que la aguja del galvanómetro se desvía toda la escala para una intensidad de corriente en el cuadro de 10 mA, o sea, 0'010 A. Este gal-

vanómetro puede convertirse en un Amperímetro que sea capaz de medir una corriente máxima de 10 A, añadiendo un conductor de baja resistencia (*shunt*) conectada en paralelo con el cuadro móvil del galvanómetro, como se muestra en la fig.20. Si consideramos una intensidad de corriente de 10'0 A, la aguja del galvanómetro se desviará toda la escala, porque la corriente que atraviesa el cuadro es de 0'01 A (máxima que admite el cuadro) y la corriente que ha de desviarse por el shunt habrá de ser:

$$10'0 - 0'01 = 9'99 \text{ A}$$

Puesto que las intensidades de las corrientes por las ramas en paralelo son inversamente proporcionales a las resistencias de dichas ramas, tendremos:

$$\frac{0'01 \text{ A}}{9'99 \text{ A}} = \frac{R_{sh}}{20 \Omega} \quad R_{sh} = \frac{20 \times 0'01}{9'99} = 0'02 \Omega$$

La resistencia del shunt resulta ser de 0'02  $\Omega$ , muy pequeña, para desviar a través de él, un alto porcentaje de la corriente. La resistencia total del Amperímetro, resulta ser:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{0'02 \Omega} = \frac{0'02 + 20}{0'40} = \frac{20'02}{0'40} \quad R_T = \frac{0'40}{20'02} \cong 0'02 \Omega$$

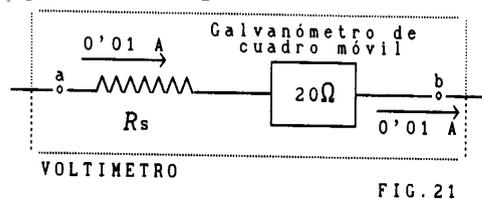
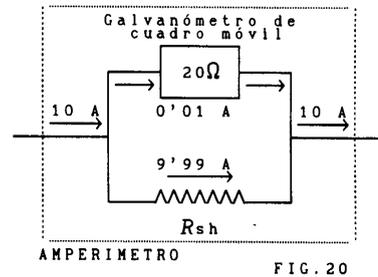
de modo que se tiene un instrumento de baja resistencia, y que tiene capacidad para medir una intensidad máxima de 10 A, para una desviación completa de la aguja del galvanómetro. Lógicamente el aparato se calibrará con escala graduada entre 0 y 10 A.

Un galvanómetro puede convertirse en amperímetro de varias escalas utilizando varios shunts intercambiables, o bien, éstos pueden estar contenidos en el interior del aparato y utilizar un circuito y un mando o cursor para su adecuada conexión. Tiene la ventaja de que las conexiones del shunt quedan permanentes, evitando los errores debido a la variación de resistencias de contacto cuando se utilizan shunts de quita y pon.

### 4.3. Voltímetros. Condiciones de utilización.

La diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito se mide con un voltímetro. Los bornes del voltímetro se conectan directamente a los puntos entre los que desea medirse la diferencia de potencial, o sea, que estará conexionado en paralelo con respecto al circuito. La resistencia total del voltímetro ha de ser elevada para que casi toda la corriente pase por el circuito y sólo una mínima parte de la corriente pase por el cuadro móvil, lo que hace que las perturbaciones del aparato de medida sean mínimas.

También los galvanómetros de cuadro móvil pueden transformarse en voltímetros. Puesto que el cuadro y los conductores unidos a él son conductores metálicos que obedecen la ley de Ohm, la corriente en el cuadro es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre los bornes del aparato. Supongamos ahora que se desea modificar el mismo galvanómetro del caso anterior, para transformarlo en voltímetro, que desvíe la aguja toda la escala para una diferencia de potencial de 100 V entre sus bornes. Añadiremos al galvanómetro una resistencia elevada en serie como se indica en la fig.21. Sea  $V_{ab} = 100 \text{ V}$  la diferencia de potencial entre *a* y *b*. La intensidad de corriente en el cuadro móvil ha de ser, como máximo, de 0'01 A, por consiguiente:



$$0'01 = \frac{100}{R_s + 20}$$

y  $R_s$ , la resistencia en serie requerida para el voltímetro será:

$$R_s = \frac{100}{0'01} - 20 = 10.000 - 20 = 9.980 \Omega$$

La resistencia del voltímetro en conjunto es de  $10000 \Omega$  y se ha construido un instrumento de gran resistencia óhmica por el cual pasan solamente  $0'010 \text{ A}$  de corriente con una diferencia de potencial de  $100 \text{ V}$  entre sus bornes.

Análogamente a los amperímetros, los voltímetros pueden llevar incorporada una serie de resistencia que se conectan mediante un mando, un cursor o diversas clavijas, que permiten transformar el galvanómetro en voltímetro de diversas escalas.

#### **4.4. Wattímetro.**

El Wattímetro, como su nombre indica, es un instrumento para medir potencias. Consta esencialmente de dos bobinas perpendiculares, una fija y otra móvil. La bobina fija se construye con hilo grueso de baja resistencia y se conecta en serie con el circuito cuya potencia queremos medir. La bobina móvil se construye de hilo fino y se conecta en serie con una resistencia elevada, o conjunto de resistencias elevadas; esta bobina se conecta en paralelo con el circuito. Por analogía con los métodos de conexión de Amperímetros y Voltímetros estas dos bobinas reciben el nombre de bobina de intensidad y bobina de tensión, respectivamente. El par de fuerzas que se ejerce sobre la bobina móvil tiene un momento proporcional a la intensidad de corriente que circula por la bobina fija y a la tensión de los extremos de la bobina de tensión. Por tanto, la indicación resultante del instrumento será proporcional al producto de la Intensidad por la Tensión, es decir, a la Potencia de la corriente.

#### **4.5. Polímetros.**

Los polímetros son instrumentos que se utilizan para medir Voltaje, Resistencias, Potencias e Intensidades. Constan de un galvanómetro de cuadro móvil, cuya aguja indica en un escala de diversas graduaciones (distintas unidades). Mediante unas clavijas exteriores o el accionamiento de mandos de un cursor se podrán cerrar circuitos interiores conectados al galvanómetro, que consistirán en shunts o resistencias, que transformará el aparato en Amperímetro, Voltímetro, Resistómetro o Wattímetros, según el caso.

Se transformará en Amperímetro cuando, mediante cursores, conecten al galvanómetro, distintos shunts, según la escala de intensidad que queramos utilizar. Se transformará en Voltímetro cuando conectemos en serie la resistencia adecuada a la escala de potencial que deseemos utilizar. Para medir resistencias, puede disponerse de un circuito interior como el puente de Wheatstone, ajustadas las resistencias interiores para que al cerrar el circuito con la resistencia exterior, la escala mida esta magnitud.

Los instrumentos denominan *analógicos* utilizan escalas graduadas con agujas móviles, sobre la que hay que realizar una lectura de la magnitud. Actualmente los aparatos de medida tienen un fundamento electrónico y presenta una lectura en pantalla de cristal líquido. Se llaman instrumentos *digitales*, y además de tener una gran precisión,

producen mínimas perturbaciones en el circuito que deseamos medir.

### **BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA**

Santiago BURBANO DE ERCILLA, Enrique BURBANO GARCÍA y Carlos GRACIA MUÑOZ. Física General. XXXI Edición. Mira Editores. 1993.ZARAGOZA.

Jesús RUIZ VÁZQUEZ. Física. Edit. Selecciones Científicas. 1975. MADRID

Francis W.SEARS. Fundamentos de Física II. Electricidad y Magnetismo. Editorial Aguilar. 1967. MADRID.

Joaquín CATALA DE ALEMANY. Física General. Saber, Entidad Española de Librería. 1966. VALENCIA.

Robert M.EISBERG y Lawrence S.LERNER. Física: Fundamentos y Aplicaciones. Volumen 1. Ediciones McGraw-Hill. 1990. MADRID.

## Tratamiento Didáctico

---

### OBJETIVOS

Estudio de las magnitudes fundamentales de la corriente eléctrica continua y su aplicación a la resolución de circuitos eléctricos.

Familiarizar al alumno con la corriente eléctrica mediante el estudio experimental del montaje de circuitos sencillos en el laboratorio.

Introducir al alumno en los métodos de medidas experimentales en los circuitos de corriente eléctrica, mediante la utilización de polímetros.

### UBICACIÓN

En la E.S.O., el presente tema está distribuido, en orden creciente de profundidad conceptual, en los cursos: 2º (Primera Etapa) y 3º y 4º (Segunda Etapa) dentro de los módulos de Electricidad y Energía Eléctrica. El tema íntegro, de manera elemental, se ubica en 1º curso de Bachillerato.

### TEMPORALIZACIÓN

El tema debe desarrollarse en un periodo máximo de 6 horas a las que deben añadirse 2 horas más dedicadas a problemas numéricos de resolución de circuitos y 2 horas a la realización de prácticas de laboratorio.

### METODOLOGÍA

Los conceptos eléctricos y el funcionamiento de los circuitos deben explicarse clara y exhaustivamente en clase, de manera teórica, salpicada de ejemplos prácticos, para obligar al alumno a la abstracción y al razonamiento, dada la gran dificultad que tienen para su comprensión.

La explicación debe ser ágil y activa, con participación de los alumnos, que deben plantear sus dudas para su aclaración y resolución.

La explicación debe estar salpicada de resolución de problemas numéricos sobre circuitos inicialmente sencillos y que aumenten su complejidad con la explicación.

Pueden demostrarse los fenómenos eléctricos mediante la realización y montaje de circuitos básicos en el laboratorio para utilizar exhaustivamente los aparatos de medida disponibles, como amperímetros u voltímetros.

### CONTENIDOS MÍNIMOS

Concepto de Intensidad de corriente. Amperio.

Concepto de diferencia de potencial. Voltio.

Resistencia. Resistividad. Unidades S.I.

Ley de Ohm. Ley de Ohm generalizada.

Concepto de Fuerza Electromotriz.

Generadores. Resistencias internas.

Leyes de Kirchhoff. Condiciones de utilización.

Galvanómetro. Amperímetros y Voltímetros.

Medidas de resistencia. Instrumentos utilizados.

Polímetros,

### MATERIALES Y RECURSOS DIDÁCTICOS

Libro de Texto complementado con apuntes tomados en clase de las explicaciones del Profesor, subrayando los conceptos fundamentales.

Materiales de laboratorio: Equipos de electricidad escolar para prácticas de circuitos eléctricos y medidas de corriente y potenciales. Han de contener: cables, interruptores, resistencias, fuentes de alimentación c/c, polímetros con shunts y resistencias, potenciómetros, bombillas, paneles de conexión, etc.

Hojas de problemas de circuitos, asociación de resistencias, redes eléctricas, generadores, motores, ley de Joule, ley de Ohm, etc.

Programa de Ordenador denominado CORRIENTE CONTINUA para la demostración cualitativa y cuantitativa de las magnitudes estudiadas: Intensidad, Voltaje, Resistencias, etc. Prácticas basadas en este programa y desarrolladas dentro del proyecto ATENEA de los Institutos. (Se requiere disponer de un aula de ordenadores para organizar turnos de modo que cada alumno tenga su propio ordenador, pues no es aconsejable el trabajo en equipo en este tipo de prácticas con ordenador).

### **EVALUACIÓN**

Pruebas escritas de problemas numéricos que incluya resolución de circuitos y redes por las leyes de Ohm y de Kirchhoff.

Pruebas escritas de carácter objetivo sobre conceptos teóricos fundamentales relacionados con el tema, valorando comprensión y razonamiento.

Valoración de las prácticas realizadas en el aula o en el laboratorio. Valoración de los trabajos realizados con el programa de Corrientes Continuas según guión entregado previamente por el profesor.

Pruebas de opción múltiple con preguntas de varias respuestas (3 falsas y 1 cierta) que obligue al alumno al razonamiento de las situaciones planteadas.